

グラフ理論を用いたニホンザルの グルーミング・ネットワークの分析

安藤 明人

(武庫川女子大学文学部人間関係学科)

集団構造の客観的記述

集団とは、行動-相互作用-集団という概念系列において初めてひとつの体系的全体として独自の実在性をもつものである。すなわち、集団を単なる個体の複合的総和であり、個体に従属する存在であると見なす考え方はとらず、ひとつの統一的なまとまりとして秩序づけられ、特定の様式にパターン化された個体関係のネットワークという事実が、集団の実在性であり、その関係のパターン化の性質が集団の構造として記述されるものであるという考え方が、本研究の集団に対する基本的立場である。

上述した立場に立脚した上で集団構造の分析を行う際、まずもって求められることがその構造を記述するということである。この記述が客観的・科学的に行われて初めて、構造の比較が可能となり、変化もとらえることができるようになる。ところが従来の霊長類の集団構造を対象とした研究においては、この記述のための客観的・科学的テクニックが不十分であったために、研究者の主観や直感に頼った記述が多くなされていた(Sade, 1972¹⁾)。そのために本来、集団構造の客観的な比較のためのテクニックを必要としている、種間に存在する進化的意味の差異の評価、同一種において異なる生息域が集団の組織に与える影響の評価、個体あるいは集団全体に与えた実験操作が集団構造に与える影響の評価、などの研究が、厳密な意味で行うことができなかつた。ここに、本研究において、集団構造の客観的記述のひとつのテクニックとして、数学的方法を導入する理由が存在している。

池田(1973)²⁾は、経験的システムとしての集団の問題に数学的方法を導入する手順を次のようにまとめている。

まず、集団の間に共通して存在している構造に目をつけ、それを抽象化し形式化することから始める。そのような共通点として浮かびあがるもののひとつに、対人関係(*interpersonal relations*)がある。その特徴を抽象化すれば、つぎの2点に絞られる。

- (1) 各集団はいずれもそれを構成する単位(地位とかメンバーとか)、つまり要素(*element*)をもつ。
- (2) 各構成メンバーどうしの間には、ある関係(*relation*)が成立している(好き嫌い関係とか支配服従関係とか)。

こうして集団構造の数理は、これらの構成要素とその間の関係を分析することから成り立つ(池田, 1973²⁾, p.163)。

その関係を分析するためにまずもって求められることが、その要素間の関係を何らかの方法によって表現するということである。この数理的表現法には、大きく分けて2つの方法がある。ひとつは、その構成要素のひとつひとつを空間内の点になぞらえ、それらの点の間の関係を考えていく幾何学的方法(図式的要約 *pictorial condensation*)で、もうひとつは、各点とその間の関係を行列の要素として対応づけ、行列論を用いて解析的に扱う方法(数量的要約 *numerical condensation*)である。ソシオグラム(*sociogram*)による図的表示は前者の例であり、ソシオマトリックス(*sociomatrix*)による解析的表示は後者の例である。

霊長類の集団構造の研究において最初に用いられた記述テクニックは、個体関係を図式的に表現することのソシオグラムのテクニックであった。Sade(1972)¹⁾は、アカゲザル(*Macaca mulatta*)の集団においてグルーミングを観察し、そこから得られたグルーミング関係を継時的にソシオグラムに表示し、その比較

から、集団構造は、個体の地位の変化、成熟度の変化、集団への加入や集団からの離脱などに応じて常に変化していることを示した。

ソシオグラムは視覚に訴える方法であるから、個体間の相互関係を直感的に理解するには便利である。ところが対象とする集団のサイズが大きくなったり、あるいは相互関係を表す選択の矢印の数が増えたりするとたちまち見にくくなり、このソシオグラムによる図式的表現は容易に行きづまってしまう。また表現されたソシオグラムの解釈に主観的な要素が入り込むことは避けられず、集団構造を明確な形で把握する方法としては問題が多い。

このソシオグラムの欠点を補うものとして、ソシオマトリックスを用いた解析的表示がある。いわゆるソシオメトリー(sociometry)の分析に行列論を最初に用いたのは Forsyth and Katz(1946)³⁾であった。ここでは n 個の要素からなる集団は $n \times n$ 次の正方行列で表され、その ij 成分には、当該個体間(要素間)にある関係があるかないかによって 1 や 0 の数値が割り当てられる。そしてその行列にさまざまな演算を施すことにより、その行列に存在するクリーク(clique)や孤立者などといった、その集団が有する諸特性が解析的に分析される。もちろんこのソシオマトリックスを用いた行列論的アプローチにも限界はある。第 1 に、ソシオグラムのように直感的に構造を把握することが困難である。第 2 に、大きな行列の演算はコンピュータの使用が必須である。しかしこの第 2 点に関しては、近年のコンピュータの飛躍的發展により、パーソナル・コンピュータのレベルでも比較的簡単に計算ができるようになってきている。

以上あげたソシオグラムによる図的表示とソシオマトリックスによる解析的表示は、その両者の限界をお互いに補完しあうことによってより明確な集団構造の表示を可能にする。

グラフ理論を用いた集団構造の分析

グラフ理論による集団構造の分析の意義

1950 年代に入って、集団構造の分析を行う際、経験的事象を扱う数理モデルとして、グラフ理論(graph theory)、中でもとくに定向グラフ(directed graph, digraph)の理論の応用可能性が注目されるようになった。

グラフ理論は、「点と線という無定義述語およびいくつかの公理とそれから導かれる定理から成り立つ形式数理システムである」(池田, 1973²⁾)、と定義づけることができる。このグラフ理論が構造分析のひとつのテクニクとして用いられるべき背景として、Harary, Norman, & Cartwright(1965)⁴⁾は構造概念のあいまいさを指摘し、次のように述べている。

「“構造”という言葉は、社会科学の文献の中で頻繁に見かける。“社会構造”や“親族構造”、“権威構造”、“コミュニケーション構造”などといった似たような概念は広く使われている。(中略)しかし社会科学において構造概念が広く用いられているにもかかわらず、構造の形式的分析は、この分野では相対的に未発達であるといえる。構造を記述する際に用いられる用語は貧弱であり、厳密に定義づけのなされた概念はほとんどない。その結果として、構造特性傾向の社会科学的記述は不明確な用語で表現され、構造の詳細な研究はほとんどないと言ってもよい」(Harary et al., 1965⁴⁾, p.1)。

このような方法論的不備を解消する一手段としてグラフ理論の応用が要請されている。彼らは、グラフ理論(とくに定向グラフ理論)を用いることによって科学者が得るであろう利点としてつぎの 3 点をあげている。

- (1) 不明確な経験的概念に対して、定向グラフ理論は明確に規定され、かつ明確な意味内容をもった概念を提供する。
- (2) 定向グラフ理論は、経験的事象についての(数量的な処理としての)計算の技術、あるいは事象の量的側面についての計算方式を提供する。
- (3) もっとも大きな利点は、定向グラフが有する定理に依存している。すなわち、まず自明の公理から出発し、その公理から理論的に導き出される命題・定理は、経験的事象についての新しい情報を提供する。すなわちこのことにより、論理的予測が可能になる(Harary et al., 1965⁴⁾, pp.3-4)。

定向グラフ理論の基礎概念

基本的定義

グラフは頂点と頂点を端点にもつ(頂点に接続する)辺の集合で、頂点の集合を $V = \{v_i\}$ 、辺の集合を $X = \{x_j\}$ と書くと、グラフ $G = (V, X)$ である。 V は空集合ではないとし、 X は空集合であってもよい。

V に含まれる頂点 v_i と v_j を結ぶ1本の辺を (v_i, v_j) で表す。 $(v_i, v_j) = (v_j, v_i)$ であるとき、 v_i と v_j は隣接している(adjacent)という。 v_i から v_j への辺 (v_i, v_j) と v_j から v_i への辺 (v_j, v_i) を区別するとき、つまりグラフの辺 x に向きがあり、その向きが固定されているとき、この辺を定向辺(directed edge)という。グラフの辺がすべて定向辺であるとき、このグラフを定向グラフという。

v_i と v_k の間に、 (v_i, v_j) 、 (v_j, v_k) のような辺の列があるとき、この辺列をパス(path)という。辺列の数を長さ(length)という。

隣接行列(adjacency matrix)

隣接行列 A は、行と列がグラフの点と対応した行列で、グラフの中で定向辺 (v_i, v_j) があれば、隣接行列 i 行 j 列の記入値を $a_{ij} = 1$ 、そうでなければ $a_{ij} = 0$ とした行列である。 $A = (a_{ij})$ 。

到達行列(reachability matrix)

v_i から v_j へのパスがあれば、 v_i から v_j への到達が可能であるからそのときは $r_{ij} = 1$ 、そうでなければ $r_{ij} = 0$ とし、到達行列 R は作られる。 $R = (r_{ij})$ 。これは隣接行列より求められる。

距離行列(distance matrix)

v_i から v_j へのパスのうち最小の長さを距離(distance)という。グラフの中の v_i から v_j への距離を $d(v_i, v_j)$ で表し、 d_{ij} と書く。距離行列 $N = (d_{ij})$ 。これは到達行列から求められる。

連結行列(connectedness matrix)

連結行列 C について述べる前に、ここでグラフの連結性(connectedness)について簡単に述べておく。

同じ向き定向辺よりなるパスに対して、準パス(semipath)はつぎのように定義される。準パスとは、点の対の間の辺の向きが異なっている $(n-1)$ 個の辺をもった v_1, v_2, \dots, v_n の集まりである。これによれば、パスは準パスであり、パスでない準パスは厳密な準パスという。

点が相互に連結されている程度によって、グラフを分類することができる。グラフのすべてのどの2点をとっても相互に到達できる場合、このグラフは強連結または強い(strong)といい、どの点についても、少なくとも1点が他の点から到達できるならば、このグラフは一方連結(unilateral)という。どの点も準パスによって連結されているならば、このグラフは弱連結または弱い(weak)という。グラフが強連結ならば一方連結であり、一方連結ならば弱連結であるが、その逆は一般に成り立たない。

この連結のカテゴリーにしたがって、グラフを行列の形に表現したのが連結行列 C である。連結行列では、 v_i と v_j が非連結ならば0、厳密に弱連結ならば1、厳密に一方連結ならば2、強連結ならば3を i 行 j 列に記入することによって得られる。連結行列は到達行列によって求められる。

クリーク(clique)

ある点の集合の中の $t(t \geq 3)$ 個の点をとったとき、どの点の間にも相互選択がなされていて、 $(t+1)$ 個の点の集合となればもはやそれが成り立たないとき、その点の集合は大きさ t のクリークをもつという(池田, 1973²⁾。

この定義は、どの点の間も1段階連鎖(長さ1のパス)で連結されている場合の定義であるが、Luce(1950)⁵⁾はこのクリーク概念を拡大して一般化したクリーク(generalized clique)または次数が m であるクリーク概念を提出した。すなわち、 $G = (V, X)$ の部分グラフ $G' = (V', X')$ は、 X' の中のすべての対 (x, y) に対して、 G の中で $e(xy) \leq m$ であるとき、次数 m のクリークであるという(Flament, 1963⁶⁾。つまり、ある点の集合の中の $t(t \geq 3)$ の点をとったとき、どの点も相互に最大長さ m のパス(m 段階連鎖)で連結されていて、 $(t+1)$ 個の点の集合となればもはやそれが成り立たないとき、その点の集合は大きさ t の m 次クリークをもつという。最初にあげた普通の意味でのクリークの定義は、Luce(1950)⁵⁾の定義で $m=1$ にしたときの1次クリークの定義である。

モデル例によるグラフ理論を用いた集団構造の凝縮の手順

A から E までの 5 頭からなるニホンザルの仮説的な集団を例にとって、グラフ理論を用いた集団構造の凝縮のプロセスについて説明する。

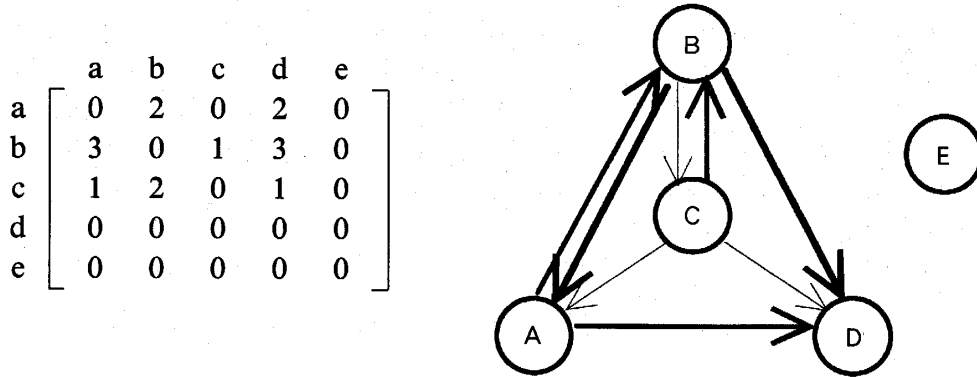


Fig.1 ローデータのソシオマトリックス(左図)とソシオグラム(右図)

5 頭の間で生じたグルーミングを観察し、その結果 Fig.1 のようなソシオマトリックスが得られたとする。これはたとえば、個体 A から B に対してグルーミングが 2 回行われたことを示し、同様にしてすべての個体間で生じたグルーミングをマトリックスの形に集約したものである。普通このマトリックスのままでは全体としての構造が直感的に把握できないため、この結果を右図のようなソシオグラムの形に表すと、この 5 頭からなる集団のグルーミング・ネットワークの構造が理解しやすくなる。ここでは線の太さが生起回数に対応しており、太くなるほど生起回数が多いことを示す。また矢印は、グルーミングの方向を示している。

このソシオグラムをみれば、この 5 頭の集団は、個体 E だけが孤立して、残りの 4 頭がグルーミングによる密接なサブグループを形成していることがわかる。このように、ソシオグラムを用いた図式的表示は、集団の構造を直感的に把握するためには有効である。しかし前述したように、集団の個体数が増えるとソシオグラムは複雑になり、そこから構造に関する有益な情報を得ることは困難になる。

そこでグラフ理論を用いてソシオグラムを凝縮し、複雑なネットワークの中から核となる構造を抽出する必要がでてくる。つぎに順を追ってその凝縮の手続きについて説明する。

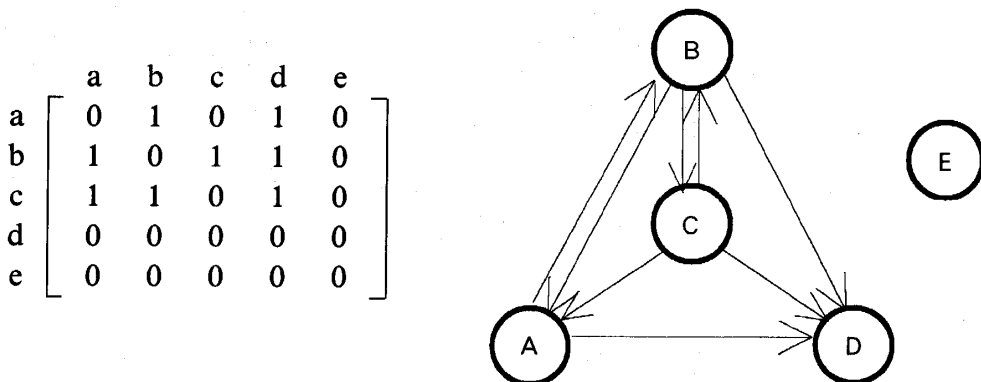


Fig.2 隣接行列(左図)そのソシオグラム(右図)による表示

まずに Fig.1 に示したローデータ・マトリックスに基づいて、その隣接行列を作成する。隣接行列は 0, 1 のバイナリーの形で表現される。たとえば a 行 b 列に示された 1 は、A から B に向けての定向辺が存在

することを表している。この例では個体 A が B に対してグルーミングを行ったことを意味している。

ローデータマトリックスをバイナリー化する方法について Soczka(1974)⁷⁾は、direct conversion, row marginal % matrix, column marginal % matrix の 3 通りの方法をあげているが、このグルーミングの例では direct conversion を用いた。すなわち、ローデータマトリックスの各セルの値が 0 であるならば 0、それ以外の値であるならば 1 として、バイナリー化を行い隣接行列を得る。バイナリー化を行う際、上で述べたどの方法を用いるかは、対象としている行動の特性を考える必要がある。今回例として用いたグルーミングは、当該個体間で生起するグルーミングの頻度よりも、グルーミングが当該個体間に生起するか否かが分析に際して重要な問題となるので、direct conversion によるバイナリー化がもっとも適切であると判断した。

	a	b	c	d	e
a	1	1	1	1	0
b	1	1	1	1	0
c	1	1	1	1	0
d	0	0	0	1	0
e	0	0	0	0	1

Fig.3 到達行列

	a	b	c	d	e
a	0	1	2	1	∞
b	1	0	1	1	∞
c	1	1	0	1	∞
d	∞	∞	∞	0	∞
e	∞	∞	∞	∞	0

Fig.4 距離行列

つぎに上で作成された隣接行列から到達行列(Fig.3)を求める。これはある個体から別の個体へグルーミングというパスによって到達可能なときは 1、到達できないときには 0 を与えて到達行列を得る。さらにこの到達行列から距離行列(Fig.4)を求める。これは当該個体間の最小のパスの長さを求めて示したものである。グルーミングというパスによって到達できない個体間には ∞ が示されている。

	a	b	c	d	e
a	3	3	3	2	0
b	3	3	3	2	0
c	3	3	3	2	0
d	2	2	2	3	0
e	0	0	0	0	3

Fig.5 連結行列

	a	b	c	d	e
a	0	1	0	1	0
b	1	0	1	1	0
c	1	1	0	1	0
d	0	0	0	0	0
e	0	0	0	0	0

Fig.6 サブグルーピングされた隣接行列

さらに到達行列から連結行列(Fig.5)を求める。これは前述したグラフ理論における点と点の連結の категория に基づいて、グルーミングによって結びつけられた個体間の連結の category を示したものである。すなわち、個体間が非連結ならば 0、厳密に弱連結ならば 1、厳密に一方連結ならば 2、強連結ならば 3 を当該個体間のセルに記入することによって得られたものである。つぎにこの連結行列から強成分 (strong component) を見つけるために点の並び替えを行い、お互いに強連結の点(個体)を集める作業を行う(今回の例では、並べ替えは必要なかった)。

この作業の結果、この 5 個体からなるニホンザルのグルーミング・ネットワークが、 $S_1(A, B, C)$ 、 $S_2(D)$ 、 $S_3(E)$ の 3 つの強成分によって構成されていることが明らかになる。Fig.6 は、今抽出された 3 つの強成分サブグループにしたがって、隣接行列を分割して示したものである。

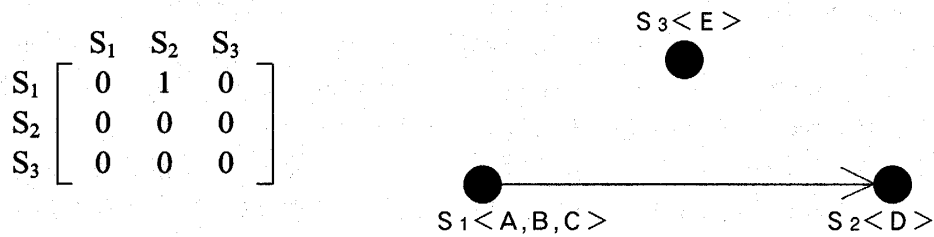


Fig.7 凝縮された隣接行列(左図)と凝縮グラフ(右図)

最後に、凝縮グラフの求め方について説明する。今、定向グラフ D の点集合 V の強い部分集合(強成分サブグループ)を S_1, S_2, \dots, S_n とする。そしてこの n 個の強成分を点としてもち、 D において S_i の 1 点から S_j の 1 点に少なくとも 1 本の定向線がある場合に限り、点 S_i から点 S_j に定向線が存在するような新しいグラフを D の凝縮グラフ D^* という。今回用いたニホンザルのグルーミング・ネットワークの凝縮された隣接行列と凝縮されたソシオグラムを示すと Fig.7 のようになる。

以上示されたようなグラフ理論を用いた行列演算を施すことにより、Fig.1 に示されたローデータマトリックスから、Fig.7 のような凝縮された形で集団の核となる構造を抽出することができた。

グルーミング・ネットワークの構造分析

つぎに、上述したグラフ理論を用いたネットワークの凝縮の方法を、実際のニホンザルのグルーミング・ネットワークの構造分析に用いた例について紹介する。

観察は、岡山県真庭郡勝山町神庭滝溪谷周辺に生息しているニホンザル餌付け自然集団(以下、勝山集団と略す)において行った。観察対象とした個体は、観察開始時点で 3 歳以上の全個体で、雄 37 頭、雌 82 頭の計 119 頭であった。

グルーミング・ネットワークを凝縮する方法としては、上述したグラフ理論を用いた数的処理を収集したデータに施すことによって強成分サブ・グループを抽出して、そのうち 2 個体以上からなるサブ・グループだけを取りだし、そのサブ・グループ間のグルーミング関係をソシオグラムの形に表示する、という方法をとった。

Fig.8 は、凝縮された各観察月ごとのグルーミング・ネットワークを示したものである(安藤, 1979⁸⁾)。○は抽出された強成分サブ・グループを示しており、その中の数字は各強成分サブ・グループに含まれている個体数を示している。◎は、サブ・グループの中で最大の個体数をもつ最大強成分サブ・グループである。矢印の方向はグルーミング(グルームする)関係の方向を示している。

6 月は、この月の分析対象個体 73 頭の中の 30% 以上を占める 23 個体からなる最大強成分と、2 個体からなる強成分が 10 個の、合計 11 個の強成分サブ・グループが抽出された。それらのサブ・グループ間のグルーミング関係をみると、11 個のうち 6 個の強成分サブ・グループは、まったく他のサブ・グループとグルーミング関係はなく孤立していた。

7 月から 9 月までのグルーミング・ネットワークは、いわゆる“スター型”の構造を示した。その構造の特徴としては、①分析対象個体の 30% から 40% の個体数をもつ大きな最大強成分が抽出され、その最大強成分サブ・グループに対して、4 個体以下の小さな強成分サブ・グループがグルーミングを行う、②サブ・グループ間のグルーミング関係のほとんどが、最大強成分と他の小さな強成分サブ・グループとの間においてもたれたものであり、小さな強成分サブ・グループ間でのグルーミング関係は少ない、③9 月における 2 例を除いて、他の 18 例は、小さい強成分サブ・グループが最大強成分サブ・グループに対してグルーミングを行うという方向性がある、などの諸点を指摘することができる。

10 月になって交尾期にはいると、グルーミング・ネットワークは 2 つの大きな変化を示すようになっ

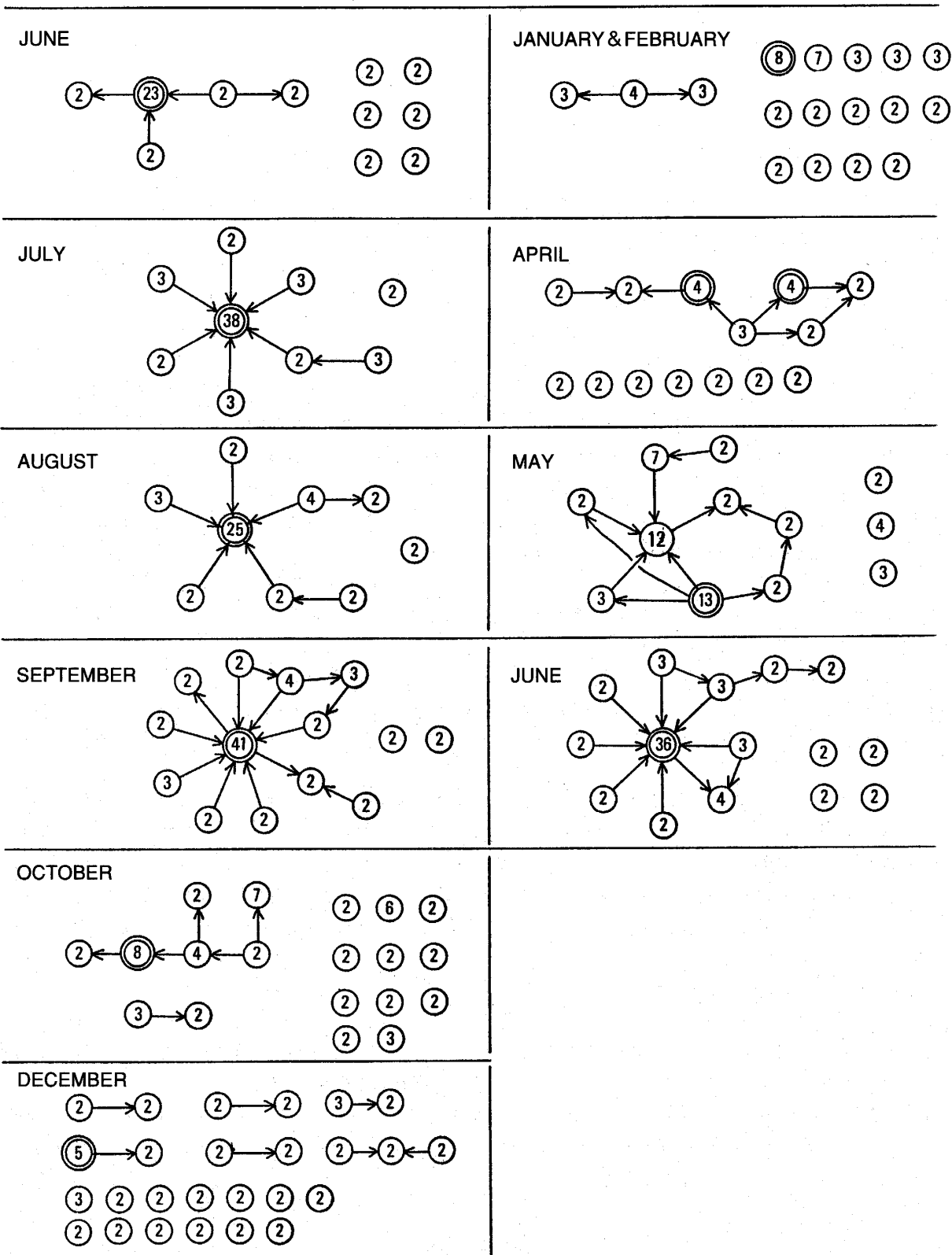


Fig.8 グルーミング・ネットワークの季節的变化

た。まず第1点は、それまでの6月から9月までにおいては分析対象個体の30%以上の個体数を有する大きな最大強成分が抽出されていたが、これが10月にはみられなくなった。10月の最大強成分の個体数は8頭であり、これは分析対象個体92頭のわずか9%を占めるにすぎない。また大きな最大強成分サブグループが抽出されなくなったのにもなって、小さく分割された強成分サブグループが多数抽出されるようになった。

大きな変化の第2点として、7月から9月までのグルーミング・ネットワークにみられていた“スター型”の構造がみられなくなったということがあげられる。そしてまた、7月から9月の時点においては1, 2個にすぎなかった他のサブグループとまったくグルーミング関係をもたない孤立したサブグループが、いっきょに11個も生じた。

12月に入って、サブグループの細分化・孤立化の傾向はさらに進む。全体で26個の強成分サブグループが抽出され、そのうちの23個までが2個体からなる最小のサブグループである。最大強成分であっても、その個体数はわずか5個体にすぎない。グルーミング関係も、そのほとんどが2つのサブグループ間における関係だけにとどまっていた。

1・2月には全体で17個の強成分サブグループが抽出されたが、そのうち14個までが孤立したサブグループである。グルーミング関係はといえば、残りの3個のサブグループの間にみられただけであった。

交尾期が終了して4月になると、強成分サブグループ間にみられるグルーミング関係が1・2月に比べて多くなり、しだいにグルーミング・ネットワークが発達してきていることがわかる。しかしあいかわらず強成分サブグループの大きさは小さく、最大強成分でも4個体を有するにすぎない。また孤立したサブグループも全体の半数の7個存在していた。

5月にはいると、グルーミング・ネットワークはさらに発達する。また構造的にも、ネットワークの核となる13個体からなる最大強成分サブグループが出現し、“スター型”に近いネットワーク構造をもつようになってきている点が注目される。

6月のグルーミング・ネットワークはほぼ完全な“スター型”の構造を示している。そのネットワークの核となる最大強成分サブグループは、分析対象個体85頭の42%を占める36個体から構成されており、最大強成分サブグループの大きさにおいても、交尾期以前の7月～9月のレベルにまで達するようになった。

このように、グルーミング・ネットワークのほぼ1年間の変化をみてみると、その変化に周期性が存在していることが推測できる。それはすなわち、交尾期におけるグルーミング・ネットワークの細分化あるいは分断化と、非交尾期における“スター型”の構造への統合化である。この結果は、安藤(1983)⁹⁾のグルーミング関係の量的分析でも指摘された、交尾期におけるグルーミング関係の大きな変容が、グルーミング・ネットワークの構造の質的分析においても同じように見いだされることを示した結果であるといえる。

以上のグラフ理論を用いたニホンザルのグルーミング・ネットワークの構造分析により、ローデータのソシオマトリックスあるいはソシオグラム(対象個体数がこれほど多くなると、実質的にはソシオグラムを描くことそれ自体がほとんど不可能である)から知ることができなかつた、核となる構造を抽出することができ、さらにグルーミング・ネットワークの構造の季節的な変化まで明らかにすることができた。

今回の分析では触れられなかつたが、抽出された強成分サブグループについて、さらにクリーク概念およびグラフ理論を用いたその抽出のテクニックを用いることにより、より詳細な構造の分析が可能になる。

引用文献

- 1) Sade, D.S., Sociometrics of *Macaca mulatta*: I. Linkages and cliques in grooming matrices, *Folia Primatologica*, **18**, 196-223(1972).
- 2) 池田央, 集団構造の数理分析: グラフと行列による表現, 安田三郎編, 数理社会学(社会学講座17),

pp.163-198, 東京大学出版会(1973)

- 3) Forsyth, E., and Katz, L., A matrix approach to the analysis of sociometric data: Preliminary report, *Sociometry*, **9**, 340-347(1946)
- 4) Harary, F., Norman, R.Z., & Cartwright, D., *Structural models : An introduction to the theory of directed graphs*, John Wiley & Sons(1965)
- 5) Luce, R.D., Connectivity and generalized cliques in sociometric group structure, *Psychometrika*, **15**, 169-190(1950)
- 6) Flament, C., *Applications of graph theory to group structure* (1963)
- 7) Soczka, L., Ethologie sociale et sociometrie: Analyse de la structure d'un groupe de singes crabiers (*Macaca fascicularis = irus*) en captivite, *Behaviour*, **50**, 254-269(1974)
- 8) 安藤明人, 勝山ニホンザル餌付け自然集団におけるグルーミング関係の計量的研究-集団構造分析の一手段として-, 1978年度大阪大学人間科学部修士論文(1979).
- 9) 安藤明人, ニホンザルのグルーミング関係の分析-勝山餌付け自然集団において, 動物心理学年報, **32(2)**, 59-71(1983).